

**Exercice N°1:**

I/ Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 7}{(x-2)^2}$

1/ Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que pour tout  $x$  de  $D_f$  on a  $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$

2/ En déduire la valeur de  $I = \int_0^1 f(x) dx$

II/ Calculer les intégrales suivantes :  $I_1 = \int_{\frac{1}{2}}^0 \frac{x+1}{(x-1)^3} dx$  ;  $I_2 = \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

**Exercice N°2**

On donne  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$  et  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx$

- 1/ Calculer  $I + J$
- 2/ En intégrant par partie calculer  $I - J$
- 3/ En déduire les valeurs de  $I$  et  $J$

**Exercice N°3**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $U_n = \int_0^{\pi/4} x^n \cos 2x dx$ ,  $n \in \mathbb{N}$

- 1) Calculer  $U_0, U_1$
- 2) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
- 3) Comparer  $U_n$  et  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^n dx$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$
- 4) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et calculer sa limite.
- 5) Exprimer  $U_{n+2}$  en fonction de  $U_n$
- 6) Calculer  $U_3$ .

**Exercice N°4**

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soit  $P$  le plan d'équation  $x + y - z + 2 = 0$  et le point  $I(0, -1, 1)$

- 1/a) Vérifier que le point  $I$  appartient à  $P$ 
  - b) Donner une représentation paramétrique de la droite  $D$  perpendiculaire à  $P$  en  $I$
  - c) Vérifier que le point  $J(1, 0, 0)$  appartient à la droite  $D$
- 2/ Soit  $\zeta$  le cercle du plan  $P$  de centre  $I$  et de rayon 1 et  $S$  la sphère de centre  $J$  et qui coupe le plan  $P$  suivant le cercle  $\zeta$ 
  - a) Montrer que la sphère  $S$  est de rayon 2
  - b) Donner une équation cartésienne de  $(S)$